### УДК 629.3

## Е.С. Брискин, В.В. Чернышев

Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград, Россия dtm@vstu.ru

# Моделирование динамики смены стоп шагающих машин\*

Рассматриваются результаты математического моделирования динамики смены стоп шагающих роботов на реальных грунтах. Выясняются причины высокой грунтовой проходимости шагающего способа передвижения.

## Введение

Моделирование двуногой ходьбы на недеформируемой опорной поверхности [1] показывает, что из-за динамичности процесса опорные реакции могут, в определенные этапы цикла, существенно превосходить статические. Это сопровождается повышением тягово-сцепных свойств движителя, которые, как принято считать, пропорциональны нормальным реакциям грунта. Возможно и обратное. Аналогичный эффект у шагающих машин имеет место и на реальных грунтах. В частности известно о влиянии нормальных вибраций на тягово-сцепные свойства шагающих машин [2].

**Целью** данной работы является исследование характера колебаний шагающей машины с цикловыми движителями при смене стоп на приближенных к реальным идеализированных грунтах.

Основная сложность теоретического анализа динамики смены стоп состоит в достоверном аналитическом описании процесса взаимодействия стопы с грунтом. Кроме многообразия грунтов с различными физико-механическими свойствами и конструкции стопы в рассматриваемом случае также необходимо учитывать скорость нагружения. По этой причине модели грунта, используемые для традиционных колесных и гусеничных транспортных средств [3], [4], малопригодны и сложность теоретического определения напряженного состояния и деформации грунта существенно возрастает.

Задача представляет интерес как в плане повышения информативности датчиков контактных сил шагающего движителя, используемых для проведения текущего анализа условий работы робота, так и в плане объяснения причин высокой грунтовой проходимости шагающего способа передвижения.

Анализ базируется на результатах теоретических исследований и полевых испытаний 5-тонного шагающего робототехнического комплекса «Восьминог» [5].

## Расчетная динамическая модель

При моделировании шагающая машина рассматривается в виде системы тел – корпуса и побортно объединенных невесомых шагающих движителей. Под шагающими движителями понимается группа (не менее двух) кинематически связанных механизмов

 $<sup>^*</sup>$  Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 09-08-9701) и федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы.

шагания (ног), снабженных стопами, которые периодически взаимодействуют с грунтом, обеспечивая чередование опорной фазы и фазы переноса. Рассматривается случай многоногих статически устойчивых машин. Считается, что в маршевом режиме движения все движители работают синхронно. В качестве расчетной принимается двухногая схема с вертикальным поступательным движением корпуса, представленная на рис. 1. Влиянием курсового движения на динамику изменения опорных реакций пренебрегалось. Это соответствует ходьбе с небольшой скоростью.

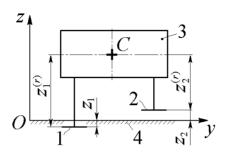


Рисунок 1 — Расчетная схема шагающей машины: 1, 2 — стопы; 3 — корпус шагающей машины; 4 — грунт

Вертикальное положение стоп определяется переносным движением корпуса машины и их относительным движением по отношению к корпусу

$$z_i = z - z_i^{(r)}, \tag{1}$$

где z=z(t) — закон вертикального движения корпуса;  $z_i^{(r)}=z_i^{(r)}(t)$  — закон вертикального перемещения стоп в относительном движении (i=1,2).

Движение корпуса машины происходит под действием кинематических возмущений, создаваемых движителями. Характер кинематических возмущений определяется относительной траекторией опорных точек механизмов шагания. При моделировании периодические зависимости  $z_i^{(r)}(t)$  для различных типов цикловых механизмов шагания в интервале (0, T), где  $T = 2\pi/\omega$  — период цикла,  $\omega$  — угловая скорость ведущего звена механизмов шагания, аппроксимируются тригонометрическим полиномом

$$z_i^{(r)}(t) = A_0/2 + \sum_{j=1}^n (A_j \cos(j\omega t) + B_j \sin(j\omega t)),$$

где  $A_j$ ,  $B_j$  – коэффициенты, равные, соответственно

$$A_{j} = \frac{2}{m} \sum_{k=0}^{m-1} z_{k} \cos(j\omega k), \qquad B_{j} = \frac{2}{m} \sum_{k=0}^{m-1} z_{k} \sin(j\omega k),$$

где  $z_k$  — значения аппроксимируемой функции при  $t_k = kT/m \ (k = 0, 1, 2, ..., m-1)$ .

В маршевых режимах движения (с периодическим движением ног), при числе ног в движителе J=2, наиболее существенны члены 2-й гармоники [6].

Тогда закон относительного движения стоп двухногих движителей, при противофазной работе механизмов шагания, можно представить в виде

$$z_1^{(r)} = z_0 + z_a^{(r)} \cos(2\omega t + \alpha),$$
  

$$z_2^{(r)} = z_0 + z_a^{(r)} \cos(2\omega t + \alpha + \pi),$$
(2)

где  $z_a^{(r)} = \sqrt{A_2^2 + B_2^2}$  — амплитуда относительных перемещений стоп в вертикальном направлении;  $\alpha$  и  $z_0$  — начальная фаза и начальное положение 1-й стопы.

На динамику шагающей машины существенное влияние оказывают и свойства грунта, которые чрезвычайно разнообразны. По своим физико-механическим свойствам и влиянию на движение машины грунты можно подразделить [4]: на скальные (граниты, песчаники, известняки), отличающиеся высокой прочностью и связностью, обусловленной наличием молекулярных сил сцепления частиц; связные грунты (глины), характерной особенностью которых является наличие сил сцепления частиц, зависящих от влажности; сыпучие грунты (пески), обладающие незначительными сцепными качествами лишь во влажном состоянии; органические грунты (ил, торф), сцепные качества которых весьма разнообразны и зависят от наличия в грунте склеивающихся веществ. На характеристики грунта существенное влияние оказывают его пористость и влажность. Существует довольно много и других параметров, определяющих свойства грунта.

Большинство грунтов под действием нагрузок от ходовой части транспортных машин разрушаются от пластического течения. Это обуславливает необходимость оценки несущей способности грунта с учетом его пластичности. При математическом описании грунтов используется вязкоупругопластичная модель с различными соотношениями вязких и упругих свойств.

Для учета сил упругого и неупругого сопротивления при взаимодействии стопы с грунтом вводится сила  $F_i$ , пропорциональная деформации грунта, и сила вязкого трения  $R_i$ , пропорциональная скорости деформации. Учитывается и необратимость пластических деформаций грунта

$$F_{i} = \begin{cases} c_{z}z_{i}U_{i} & npu & \dot{z}_{i} \leq 0 \\ k_{Cz}c_{z}z_{i}U_{i} & npu & \dot{z}_{i} > 0 \end{cases}$$

$$(3)$$

$$R_{i} = \begin{cases} \mu_{z} \dot{z}_{i} U_{i} & npu & \dot{z}_{i} \leq 0 \\ 0 & npu & \dot{z}_{i} > 0 \end{cases}$$

$$\tag{4}$$

где  $c_z$  — нормальная жесткость грунта;  $k_{C_z} = z_{i\max}/(z_{i\max}-h)$  — коэффициент, характеризующий увеличение жесткости грунта вследствие его пластической деформации;  $z_{i\max}$  — максимальная деформация грунта; h — глубина колеи или следовой дорожки;  $\mu_z$  — коэффициент вязкого сопротивления;  $U_i$  — единичная функция, описывающая состояние i-й ноги, принимающая лишь два значения: 1 в фазе опоры ноги на грунт и 0 при переносе ноги.

Считается, что фаза опоры имеет место, если стопа опирается на грунт:

$$U_{i} = \begin{cases} 1 & npu & N_{i} > 0 \\ 0 & npu & N_{i} \le 0 \end{cases}$$

$$(5)$$

где нормальные реакции грунта под стопами  $N_i(t)$  складываются из упругих (3) и вязких (4) составляющих

$$N_i = F_i + R_i. (6)$$

Уравнение поступательного движения корпуса вдоль оси *Oz* имеет вид

$$m\ddot{z} = N - mg \,, \tag{7}$$

где m — масса корпуса шагающей машины;  $N=N_1+N_2$  — суммарная нормальная реакция грунта под стопами.

Уравнения (1)-(7) образуют систему, определяющую вертикальное движение корпуса и стоп шагающей машины, а также опорные нормальные реакции грунта. Дифференциальное уравнение (7), с учетом (1)-(6), решалось численно. Исследовалось влияние скорости передвижения шагающей машины (частоты  $\omega$ ) и типа грунта на установившиеся вынужденные колебания в системе и нормальные реакции грунта.

Скорость варьировалась в реально достижимом диапазоне. Максимальная частота  $\omega$  выбиралась таким образом, что при длине шага порядка 1 м средняя курсовая скорость шагающей машины составляла 10 км/ч.

При моделировании рассматривались следующие типы грунтов.

- 1. Упругие грунты жесткие грунты, для которых характерны малая упругая деформация при нагружении и практически полное отсутствие пластической деформации. Для упругих грунтов также характерна малая величина неупругого сопротивления. К упругим грунтам можно отнести, например, скальные грунты.
- 2. Вязкоупруголастичные грунты грунты, для которых характерны небольшие размеры упругих деформаций при нагружении и значительные пластические деформации. При этом может иметь место как малое, так и значительное неупругое сопротивление. К ним можно отнести связные грунты и большинство грунтов, встречающихся при движении машин грунтовой проходимости, представляющих из себя смесь песка, глины и перегноя с небольшим добавлением других веществ.
- 3. Вязкие грунты грунты, у которых упругие свойства невысоки. К ним можно отнести жидкую грязь и некоторые типы органических грунтов в переувлажненном состоянии.

В результате численного моделирования для различных скоростей и типов грунтов получены зависимости вертикальных перемещений стоп  $z_1(t)$ ,  $z_2(t)$  и центра масс корпуса z(t), зависимости N(t) суммарных нормальных реакций грунта, а также зависимости от времени упругих и вязких составляющих полных нормальных реакций грунта. Полученные временные характеристики также представлялись в функции от угла  $\varphi = \omega t$  за цикл.

# Результаты моделирования

Моделирование показало, что характер колебаний в системе в зависимости от типа грунта и скорости нагружения значительно изменяется.

На рис. 2 а), 3 а) и 4 а) представлены цикловые зависимости  $z_1(\varphi)$ ,  $z_2(\varphi)$ ,  $z(\varphi)$ , характерные для упругих, вязкоупругих и вязких грунтов, соответственно, при  $\omega = 1$  с<sup>-1</sup>,  $z_0 = 1$  м и  $z_a^{(r)} = 0$ ,4м. Характер изменения суммарных нормальных реакций грунта за цикл показан на рис. 2 б), 3 б) и 4 б), где  $N_{cm}$  – статические опорные реакции.

Для упругих грунтов (рис. 2) имеют место, после смены стоп, их колебания с небольшими амплитудами на грунте, которые сравнительно быстро затухают. Колебания сопровождаются изменением опорных реакций, причем их максимальные значения увеличиваются в сравнении со статическими более чем в 2 раза. Рост нормальных реакций грунта при этом обусловлен только упругими составляющими.

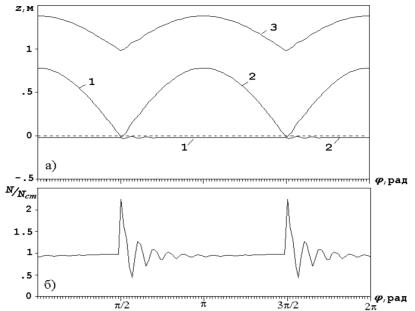


Рисунок 2 — Цикловые зависимости вертикальных перемещений стоп (кривые 1, 2) и центра масс корпуса (кривая 3) шагающей машины (а) и характер изменения суммарных нормальных реакций грунта за цикл (б) для упругого грунта  $(c_z = 500 \text{ кH/m}; k_{Cz} = 1; \mu_z = 10 \text{ кH·c/m})$ 

Для вязкоупругих грунтов (рис. 3) характер колебаний меняется — имеют место довольно значительные колебания стоп с частотой того же порядка, что и частота  $\omega$ . Колебания сопровождаются увеличением максимальных значений опорных реакций, в сравнении со статическими, в 2 раза. Рост нормальных реакции грунта в основном обусловлен упругими составляющими, хотя вязкие составляющие реакций при этом также существенны. Для наглядности на рис. 3 представлен вязкоупругий грунт с довольно слабой несущей способностью. Для большинства реальных грунтов будет наблюдаться промежуточный вариант между первым и вторым рассмотренным случаем.

Для вязких грунтов (рис. 4) имеет место постепенное, в течение полуцикла (шага), погружение стоп в грунт. Существенное увеличение опорных реакций, более чем в 2 раза по сравнению со статическими, имеет место только в момент смены стоп. В этом случае наиболее существенны вязкие составляющие реакций грунта.

Приведенные значения роста опорных реакций, в отдельные моменты цикла, не являются предельными для шагающих машин. На грунтах с другими вязкоупругими характеристиками они могут быть выше.

При увеличении скорости нагружения, как показали результаты моделирования, максимальные значения опорных реакций также возрастают. Их рост при увеличении скорости ходьбы ограничен следующим обстоятельством. Использование цикловых механизмов шагания, вследствие несовершенства траектории их опорных точек, приводит к неравномерности курсового движения и вертикальным колебаниям корпуса при каждом шаге. При росте скорости передвижения ускорения корпуса возрастают пропорционально квадрату курсовой скорости. Моделирование показало, что верхняя граница реально достижимых скоростей (7 – 10 км/ч) лежит в скоростном диапазоне, когда вертикальные ускорения шагающей машины превышают ускорение силы тяжести. В результате опорные реакции ног, часть цикла, равны нулю и походка шагающей машины перестает быть статически устойчивой – машина начинает переходить к бегу. Бег, как способ передвижения, имеет свои преимущества и недостатки по сравнению со статически устойчивой ходьбой. Целесообразность бега шагающих машин рассматриваемой «тяжелой» весовой категории требует дополнительного исследования.

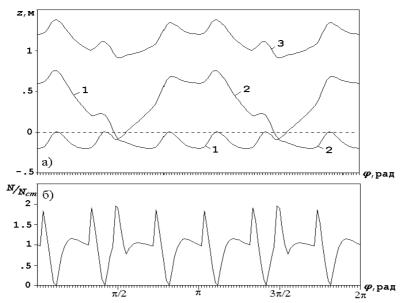


Рисунок 3 - Цикловые зависимости вертикальных перемещений стоп (кривые 1, 2) и центра масс корпуса (кривая 3) шагающей машины (а) и характер изменения суммарных нормальных реакций грунта за цикл (б) для вязкоупругого грунта

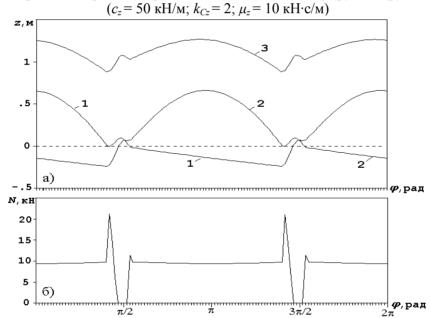


Рисунок 4 — Цикловые зависимости вертикальных перемещений стоп (кривые 1, 2) и центра масс корпуса (кривая 3) шагающей машины (а) и характер изменения суммарных нормальных реакций грунта за цикл (б) для вязкого грунта  $(c_z = 10 \text{ кH/m}; k_{Cz} = 10; \mu_z = 100 \text{ кH·c/m})$ 

Существенное увеличение при смене стоп максимальных значений опорных реакций, в сравнении со статическими, позволяет реализовать повышенные тяговые усилия. Покажем это на примере модельной задачи движения шагающей машины по горизонтальной поверхности с постоянной однонаправленной нагрузкой на крюке. Такой режим движения имеет место, например, при буксировке.

Для традиционных колесных и гусеничных транспортных средств наибольшая крюковая нагрузка равна максимальному тяговому усилию, реализуемому по сцеплению  $F_{\kappa\rho\max}=k_{\phi}N$  , где  $k_{\phi}$  — коэффициент сцепления.

Для шагающих машин дифференциальное уравнение курсового движения, при буксовании стоп, имеет вид

$$m\ddot{x} = k_{\omega}N(t) - F_{\kappa p}, \tag{8}$$

где

$$F_{\kappa p} = \begin{cases} Q = const & npu & \dot{x} > 0\\ 0 & npu & \dot{x} \le 0 \end{cases}$$

$$\tag{9}$$

Результаты численного интегрирования уравнения (8) с учетом (9) показали существенный рост реализуемой по сцеплению тяговой нагрузки. Так, для грунтов по рис. 2, 3 и 4 при  $k_{\varphi}=0,2$  значения максимальной, допустимой по сцеплению, силы на крюке  $F_{\kappa p \; \text{max}}$  выросли, в сравнении с гусеничными и колесными машинами, в 1,9, 1,75 и 2,5 раза, соответственно. Причем указанные значения не являются предельными для шагающих машин. На грунтах с другими вязкоупругими характеристиками и для других режимов движения величина реализуемого тягового усилия может быть увеличена.

## Выводы

Результаты математического моделирования динамики мобильных робототехнических систем с шагающими движителями на вязкоупругопластичных грунтах показали, что при смене стоп, из-за динамичности процесса, опорные реакции могут существенно, в несколько раз, превосходить статические. Причем эффект имеет место на различных грунтах, хотя характер колебаний в системе в зависимости от типа грунта существенно менялся. Указанная особенность шагающего способа передвижения позволяет реализовать, в определенные моменты цикла, повышенные тяговые усилия и является одной из причин высокой грунтовой проходимости шагающих машин.

# Литература

- 1. Белецкий В.В. Двуногая ходьба: модельные задачи динамики и управления / Белецкий В.В.. М. : Наука, 1984. 288 с.
- Брискин Е.С. О влиянии нормальных вибраций на тягово-сцепные свойства шагающих машин / Е.С. Брискин, А.Е. Русаковский // Известия вузов. Машиностроение. – 1992. – № 7-9. – С. 116-120.
- 3. Беккер М.Г. Введение в теорию систем местность машина / Беккер М.Г. М. : Машиностроение, 1973.-520 с.
- 4. Забавников Н.А. Основы теории транспортных гусеничных машин / Забавников Н.А. М. : Машиностроение, 1975.-448 с.
- 5. Основы расчета и проектирования шагающих машин с цикловыми движителями / [Брискин Е.С., Жога В.В., Чернышев В.В., Малолетов А.В.]. М.: Машиностроение, 2006. 164 с.
- 6. Чернышев В.В. Пассивное подрессоривание в мобильных робототехнических системах с цикловыми механизмами шагания / Чернышев В.В. // Известия вузов. Машиностроение. −2003. № 1. С. 31-39.

#### **Є.С. Бріскін, В.В. Чернишов**

#### Моделювання динаміки зміни стоп машин, що крокують

У статті розглядаються результати математичного моделювання динаміки змін стоп роботів, що крокують, на реальних грунтах. Підлягають поясненню причини високої грунтової прохідності крокуючого способу пересування.

#### E.S. Briskin, V.V. Chernyshev

#### Math Modeling of Pads Replacement of Walking Machines

The results of modeling of pads replacement of walking robots on the real soil are considered. The reasons of high ground practicability of walking methods moving are elucidated..

Стаття поступила в редакцию 22.06.2009.